



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

## Módulo de elasticidade dinâmico do concreto: por que utilizar.

*Dynamic elastic modulus of concrete: why use it.*

Edna Possan (1); Henrique Alves (2); Paulo Helene (3); Pedro Bilesky (4);  
Ricardo Carrazedo (5); Rubens Curti (6)

(1) Professora Doutora, Laboratório de Desempenho, Estruturas e Materiais, UNILA; Doutor, ATCP Engenharia Física; (3) Professor Titular EPUSP, PhD Engenharia; (4) Mestre em Habitação; (5) Professor Associado do Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC/USP; (6) Engenheiro Civil, ABCP.

### Resumo

Propriedade fundamental do concreto, o módulo de elasticidade é utilizado no cálculo das estruturas, especialmente na verificação dos estados limites de serviço, sendo também considerado na norma ABNT NBR 15575 (2013). O módulo de elasticidade ainda é de difícil determinação e fonte de controvérsias entre projetistas, construtoras, empresas de serviço de concretagem e laboratórios. O ensaio normatizado, o ensaio estático, é limitado pela complexidade, custo e variabilidade. As dificuldades do ensaio estático causam prejuízos e inibem o controle rotineiro dessa propriedade. Visando promover uma alternativa mais prática, rápida, econômica e de mesma confiabilidade, este artigo apresenta, num primeiro momento, o estado da arte da determinação da grandeza, apontando os métodos utilizados e suas dificuldades e limitações. Num segundo momento, apresenta o modelo de Popovics para a correlação do módulo estático com o dinâmico e as conclusões da aplicação desse modelo na estimativa do estático a partir do dinâmico por laboratórios e acadêmicos brasileiros. Adicionalmente, foram avaliados os resultados dos ensaios dos Interlaboratoriais do INMETRO de 2006 a 2018, para o desvio padrão do módulo de elasticidade estático. Os resultados indicaram que a associação do método das frequências naturais de vibração com o modelo de Popovics permite estimar o módulo estático com erro médio de -6,7%, até menor que o desvio padrão dos Interlaboratoriais (12%) e que o tolerável pelo ACI-318 (2019), que é de 20%. Conclui-se que estimar o módulo de elasticidade estático a partir do dinâmico é tão exato quanto medir diretamente o estático. Por ser não-destrutivo, rápido e de baixo custo, o ensaio do módulo dinâmico pode ser associado à determinação da resistência à compressão e se tornar um ensaio corriqueiro. Estes resultados motivaram a sugestão de atualização da norma ABNT NBR 8522 (2017).

*Palavra-Chave: Módulo de elasticidade, módulo dinâmico, frequências naturais de vibração, modelo de Popovics.*

### Abstract

Fundamental property of concrete, the modulus of elasticity is used in the calculation of structures, specially to determine the service limit states, as considered ABNT NBR 15575 (2013). The elastic modulus is still difficult to determine and a source of controversy among designers, builders, concrete companies and laboratories. The standardized test, the static one, is limited by its complexity, cost and low accuracy. The difficulties of the static test cause losses and inhibit the routine control of this property. In order to promote a more practical and accurate alternative, this article presents, at first, the state of the art pointing out the methods and their drawbacks. In a second step, it presents the Popovics model for the static and dynamic modulus correlation, and the conclusions of this model application to the estimation of the static modulus by Brazilian laboratories and academics. Additionally, the results of INMETRO Interlaboratory Tests from 2006 to 2018 were evaluated for the elastic modulus standard deviation. The results indicated that the association of the natural frequencies of vibration method with Popovics model allows estimating the static module with an average error of -6.7%, lower than the standard deviation of the Inter-laboratories Tests (12%) and the tolerable by ACI-318 (2019), 20%. It is concluded that estimating the static modulus from the dynamic is as accurate as directly measuring the static. Since it is non-destructive, fast and cost-effective, the dynamic modulus test can be associated with the measurement of compressive strength and become a common test. These results motivated the suggestion to update the ABNT NBR 8522 (2017) standard.



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

*Keywords: Modulus of elasticity, dynamic modulus, natural frequencies of vibration, Popovics model.*

## 1. Introdução

Além da resistência à compressão axial, parâmetro obrigatório utilizado para aceite definitivo de uma estrutura de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), as propriedades mecânicas do concreto mais comumente avaliadas por ensaios específicos, a depender da aplicação, são a resistência à tração e, mais recentemente, o módulo de elasticidade, devido principalmente à evolução da resistência dos concretos.

Atentos a esta necessidade do mercado no Brasil, pesquisadores da área de tecnologia de concreto, têm se desdobrado em estudar a melhor forma de determinar o módulo de elasticidade, via ensaios estáticos e dinâmicos, buscando reduzir custos e aumentar a confiabilidade dos resultados, a frequência dos ensaios e a eficiência dos laboratórios.

No âmbito da tecnologia dos materiais de construção civil, este trabalho foi idealizado especificamente com o objetivo contribuir na busca de um procedimento de ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto, mais simples e acessível que forneça resultados confiáveis e com rapidez aos construtores e projetistas para que estes possam idealizar e executar seus projetos com maior segurança e economia.

## 2. Módulo de elasticidade do concreto

O aumento da resistência e durabilidade do concreto, decorrente da evolução do conhecimento na seleção e produção de agregados, do avanço da tecnologia da indústria química de aditivos, somada ao desenvolvimento apresentado pela indústria produtora de cimento Portland, aliada ainda ao aprimoramento dos estudos de dosagem desenvolvidos pelas empresas de serviços de concretagem, possibilitaram que a cadeia produtiva da construção civil lançasse mão de concretos altamente competitivos. Acompanhando esta evolução, os métodos de cálculo das estruturas, utilizados pelos projetistas, também proporcionaram mudanças significativas aos padrões arquitetônicos utilizados e possibilitaram uma mudança nos métodos construtivos permitindo a construção de edifícios mais altos, vão livres maiores e seções transversais mais esbeltas, reduzindo a inércia dos elementos estruturais e aumentando as suas deformações, MELO NETO E HELENE (2002).

Portanto, o conhecimento das deformações reais da estrutura de concreto e de outros parâmetros que expressem as condições dos estados limites de serviço, passaram a ter uma importância muito maior para os cálculos das estruturas, o que levou os projetistas a passarem a especificar além da resistência à compressão do concreto desejada também o seu módulo de elasticidade.

Como é de conhecimento geral, o concreto apresenta comportamento não-linear devido à presença ou ao surgimento de microfissuras na zona de transição interfacial pasta-agregado, MEHTA e MONTEIRO (2014), NEVILLE (2011).

A proporção entre deformação e tensão no concreto varia com a tensão aplicada, e as deformações nem sempre desaparecem por completo após cessada a solitação. Esta importante característica mecânica do concreto obriga a se estimar o módulo de



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

elasticidade por meio de ensaios estáticos, pela medida da velocidade ultrassônica ou ainda pelo método dinâmico das frequências naturais de vibração, para fornecer aos projetistas subsídios para poderem calcular as tensões do projeto a serem observadas, além de momentos e deflexões em estruturas complexas.

No Brasil, a determinação do módulo de elasticidade estático do concreto, normalizado e aceito pelos projetistas, é feita de acordo com os procedimentos da ABNT NBR 8522 (2017). Contudo, até o momento a determinação do módulo dinâmico não é normatizada do país, fato que motivou a criação de um grupo de trabalho junto a ABNT para a proposição de uma norma técnica para esta finalidade.

### 3 Métodos de determinação do módulo de elasticidade

Para a determinação do módulo de elasticidade, diversos métodos de ensaio podem ser utilizados. Apresentam-se a seguir as formas usuais, tanto estáticas quanto dinâmicas, de acordo com normas e métodos internacionais.

#### 3.1 Ensaios estáticos

Os métodos de ensaios estáticos utilizados em todo mundo, tem como fator comum, a tomada das deformações do concreto, independentemente do tipo de equipamento utilizado, elétrico-eletrônico ou mecânico, nas geratrizes dos corpos de prova, no terço médio de sua altura, variando apenas a tensão de compressão adotada para anotação da deformação final do ensaio. O resultado dos ensaios, necessariamente destrutivos, é o quociente da tensão aplicada na amostra pela deformação observada.

##### 3.1.1 ABNT NBR 8522 (2017)

Esta norma prevê a determinação do módulo de elasticidade tangente inicial,  $E_{ci}$ . Para esta determinação, um corpo de prova cilíndrico instrumentado é posicionado no centro da prensa e submetido a três carregamentos e descarregamentos sucessivos até o limite de  $0,3 \cdot f_c$  quando então são anotadas as medidas de deformação. Prevê também a determinação do módulo secante a qualquer tensão especificada entre  $0,2 \cdot f_c$  e  $0,8 \cdot f_c$ , simulando assim as deformações que o material de uma estrutura de concreto sofre em seu primeiro carregamento. Posteriormente estes corpos de prova são carregados até a sua ruptura para verificação da homogeneidade.

A repetitividade recomendada é de 5% nas deformações apuradas em três corpos de prova de um mesmo lote. Já a reprodutibilidade deve ser no máximo de 10% para a mesma amostra ensaiada em um curto intervalo de tempo.

##### 3.1.2 ASTM 469 (2014)

Da mesma forma que a norma brasileira, a norma americana ASTM 469 (2014), recomenda que a determinação do módulo de elasticidade seja realizada em corpos de prova cilíndricos. As medidas de deformação, tanto longitudinais como transversais, são anotadas a tensão correspondente a 40% da carga máxima ( $f_c$ ), em MPa. As deformações longitudinais anotadas são utilizadas para determinação do módulo de elasticidade e as deformações transversais utilizadas para o cálculo do seu coeficiente de Poisson.



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

### 3.1.3 ISO EN 1920-10 (2010)

Nesta norma, a determinação do módulo de elasticidade estático à compressão é recomendada da mesma forma que o ensaio realizado pela norma da ABNT, instalando-se medidores de deformação com bases de medidas não superiores a  $2/3$  do diâmetro do corpo de prova, fixados em pelo menos duas geratrizes diametralmente opostas, e fixados de forma equidistante dos seus topos. A relação  $h/d = 2,00$  deve ser respeitada. Para o caso de corpos de prova preparados a partir de testemunhos extraídos sempre com diâmetro superior a quatro vezes o diâmetro máximo nominal do agregado graúdo. Devem-se ensaiar três corpos de prova para determinação da resistência a compressão média e dois corpos de prova para determinação do módulo. Para o caso dos corpos de prova extraídos de estruturas de concreto acabadas, o método aconselha a retirada de três exemplares para o ensaio de resistência à compressão e, três unidades para o ensaio de módulo, caso não cause prejuízos à estrutura. As deformações deverão ser tomadas também entre  $0,5$  MPa e a tensão maior de  $f_c/3$ .

## 3.2 Ensaios dinâmicos

O módulo de elasticidade do concreto também pode ser determinado por métodos dinâmicos não-destrutivos, POPOVICS, (2008), neste caso é denominado módulo dinâmico e especialmente relevante para aplicações em que o concreto é submetido a cargas dinâmicas, ALMEIDA, HANAI (2008). O módulo dinâmico é sempre maior ou igual ao módulo determinado pelos métodos estáticos devido ao comportamento não-linear do concreto, SHKOLNIK (2008). Destacam-se dois métodos dinâmicos, o das frequências naturais de vibração, ASTM E1876 (2015); ASTM C215 (2014); MORREL (2006), e o da velocidade de propagação de ondas ultrassônicas, ASTM C59(2016) e ABNT NBR 8802 (2013). Os ensaios dinâmicos, ao contrário dos ensaios estáticos, são não-destrutivos e os corpos de prova podem ser reutilizados após o ensaio, sendo possível repetir as medições em outras oportunidades, em idades ou condições de humidade diferentes, ou para a determinação da resistência à compressão.

### 3.2.1 Método das frequências naturais de vibração

#### 3.2.1.1 ASTM E1876 (2015)

O método das frequências naturais de vibração consiste essencialmente em apoiar o corpo de prova em linhas nodais, aplicar uma excitação em um ponto de amplitude máxima de vibração, detectar a resposta acústica, processar a resposta acústica para a identificação das frequências naturais de vibração e calcular o módulo de elasticidade dinâmico considerando também a massa e as dimensões do corpo de prova, ASTM E1876 (2015). A excitação pode ser via impacto ou varredura. As localizações das linhas nodais e da excitação dependem do modo de vibração de interesse e da geometria, no caso de corpos de prova cilíndricos vibrando no modo flexional fundamental, há linhas nodais em  $0,224h$  e  $0,776h$ , posições relativas a altura do corpo de prova, a excitação deve ser realizada no meio ou em uma das extremidades, ASTM E1876 (2015). Na figura 1 é ilustrado a aplicação do impacto em um corpo de prova cilíndrico, a captura da

resposta acústica e o processamento desta via transformada rápida de Fourier (FFT) para a identificação das frequências naturais de vibração. A frequência que apresenta a maior amplitude é aquela favorecida pelas condições de contorno, no caso deste exemplo, a frequência flexional fundamental,  $f_i$ ,

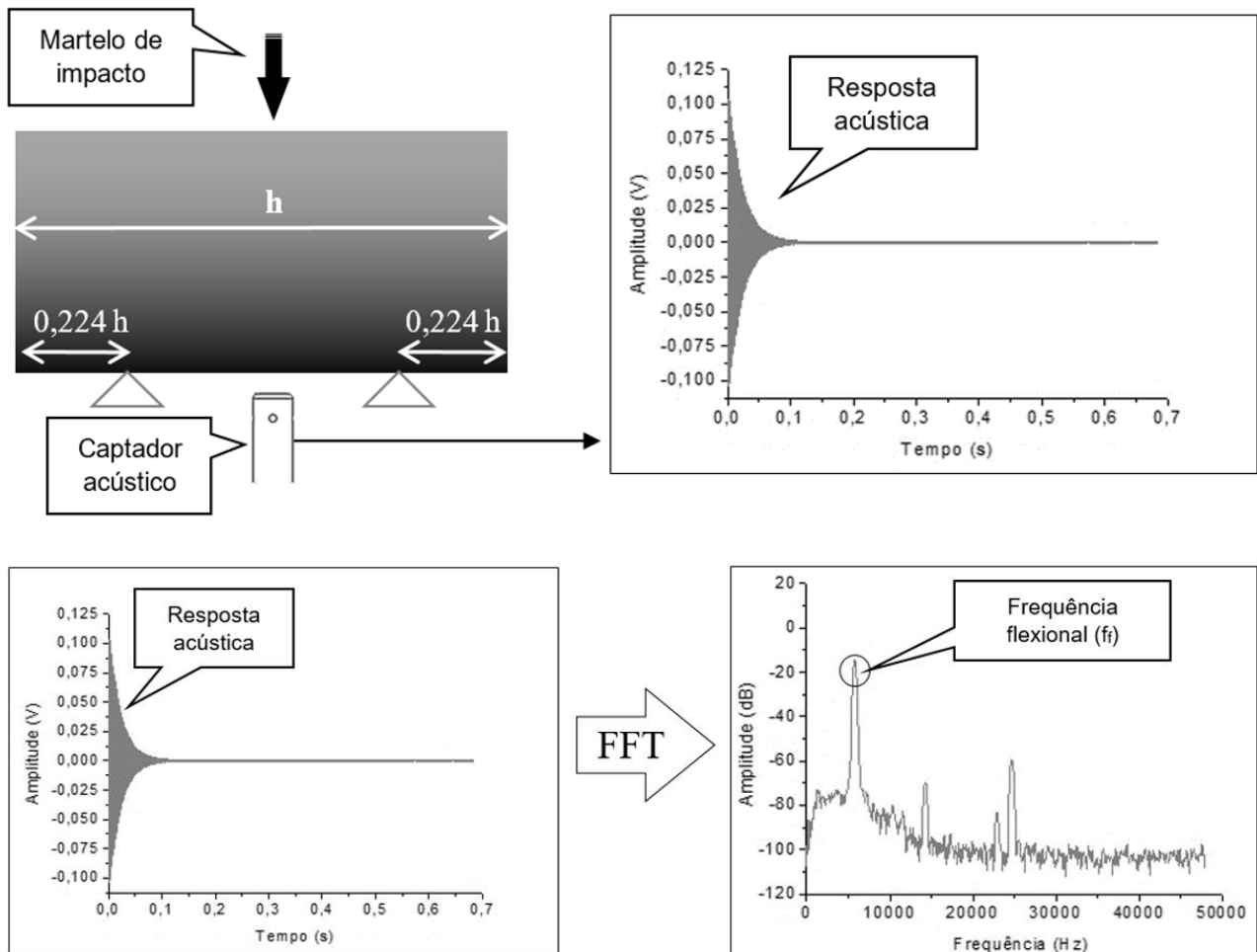


Figura 1 - Ilustração da aplicação do impacto, captura da resposta acústica (par de imagens superiores) e processamento da resposta acústica para a identificação das frequências naturais de vibração (par de imagens inferiores).

Há uma relação unívoca entre as frequências naturais de vibração, a massa, as dimensões e os módulos elásticos, PICKETT (1945). O módulo de elasticidade dinâmico pode ser obtido tanto pelas frequências do modo de vibração flexional quanto pela frequência do modo de vibração longitudinal, ASTM E1876 (2015); ASTM C215 (2014), sendo que o valor do módulo obtido no modo longitudinal ligeiramente superior ao obtido pelo modo flexional, MALHOTRA, SIVASUNDARAM (2004) e PEREIRA, OTANI (2017).

A partir da frequência flexional, conforme ASTM E1876 (2015) o módulo de elasticidade dinâmico pode ser calculado pelas equações:

$$E = 1,6067 \cdot \left( \frac{L^3}{D^4} \right) \cdot (m \cdot f_f^2) \cdot T_1' \quad (\text{Equação 1})$$

$$T_1' = 1 + 4,939(1 + 0,0752 \cdot \mu + 0,8109 \cdot \mu^2) \cdot \left( \frac{D}{L} \right)^2 - 0,4883 \cdot \left( \frac{D}{L} \right)^4 \quad (\text{Equação 2})$$

$$- \left[ \frac{4,691 \cdot (1 + 0,2023 \cdot \mu + 2,173 \cdot \mu^2) \cdot \left( \frac{D}{L} \right)^4}{1 + 4,754 \cdot (1 + 0,1408 \cdot \mu + 1,536 \cdot \mu^2) \cdot \left( \frac{D}{L} \right)^2} \right]$$

A equação 1 pode ser reescrita em função da massa específica. De acordo com ASTM E1876 (2015) a partir da frequência longitudinal, o módulo de elasticidade dinâmico é calculado pelas equações:

$$E = 16 \cdot m \cdot f_1^2 \cdot \left( \frac{L}{\pi \cdot D^2 \cdot k} \right) \quad (\text{Equação 3})$$

$$K = 1 - \left( \frac{\pi^2 \cdot \mu^2 \cdot D^2}{8 \cdot L^2} \right) \quad (\text{Equação 4})$$

Onde:

$D$  = diâmetro do corpo de prova (mm);

$L$  = comprimento do corpo de prova (mm);

$m$  = massa do corpo de prova (g);

$f_f$  = frequência de ressonância fundamental flexional (Hz);

$f_1$  = frequência de ressonância fundamental longitudinal (Hz);

$\mu$  = coeficiente de Poisson.

### 3.2.2 Método da propagação de ondas ultrassônicas

#### 3.2.2.1 ASTM C597 (2016)

O método de ensaio para a determinação da velocidade de propagação de ondas ultrassônicas é usualmente aplicado para avaliar a uniformidade e a qualidade relativa do concreto e indicar a presença de vazios. A velocidade de propagação,  $V$ , de ondas de tensão longitudinais numa massa de concreto está relacionada com as suas propriedades elásticas e densidade pela seguinte equação:

$$V = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}} \quad (\text{Equação 5})$$

Onde:

$V$  = Velocidade de propagação de ondas longitudinais;



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

$E$  = módulo de elasticidade dinâmico;  
 $\mu$  = coeficiente de Poisson dinâmico;  
 $\rho$  = densidade.

A obtenção do valor do módulo de elasticidade por esse método é feita indiretamente, isolando-se essa variável na fórmula apresentada.

### 3.2.2.2 ABNT NBR 8802 (2013)

Da mesma forma, a norma brasileira propõe a obtenção do módulo de elasticidade, de forma indireta, conforme Equação 5, já apresentada.

## 3.3 Estimativa do módulo a partir da resistência à compressão

A estimativa do módulo de elasticidade a partir da resistência à compressão está prevista em normas e códigos como a ABNT NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004), *fib* Model Code (2010) e ACI 318 (2019). Porém estimativas deste gênero são frequentemente questionadas, ARAÚJO (2001); BORIN, et al (2012) e devem ser usadas com extrema cautela e evitadas sempre que possível, visto que o módulo de elasticidade e a resistência à compressão são propriedades mecânicas distintas e influenciadas diferentemente pelas variáveis do concreto MEHTA e MONTEIRO (2014), NEVILLE, (2011). Por exemplo, a variação na porosidade dos agregados influencia o módulo de elasticidade do concreto, porém não afeta de forma significativa a resistência à compressão, principalmente para concretos de baixa e média resistência, MEHTA e MONTEIRO (2014).

## 4 Fatores que influenciam na determinação do módulo de elasticidade

Os procedimentos de ensaio para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, tanto estático como dinâmico, conforme descritos, requerem de seus operadores, atenção e cuidado para que não sejam incorporados, aos resultados, incertezas provenientes de erros sistemáticos ou aleatórios. Apresentam-se aqui as constatações de alguns pesquisadores.

HELENE (1998), recomenda que, dada a quantidade de variáveis envolvidas na determinação do módulo de elasticidade, estes resultados não devem ser analisados individualmente, mas pela utilização de um conjunto de resultados representativos. VASCONCELOS e GIAMMUSO (2009) que os erros de execução de ensaio podem incorporar incertezas de até 25% aos resultados obtidos no ensaio. JACINTHO e GIONGO (2000), relatam que quanto maior a dimensão do corpo de prova, maior é o volume de concreto, logo maior volume de vazios, o que torna o corpo de prova mais deformável, e como consequência um módulo de elasticidade menor.

ARAÚJO (2014), concluiu que os tipos de equipamentos utilizados para se medir as deformações incorporam diferenças significativas nos resultados. MEHTA e MONTEIRO (2014) explicam que, a diminuição da velocidade de aplicação da carga pode aumentar de 15% a 20% as deformações do concreto. Ainda, como outros autores, referem-se ao estado de umidade do corpo de prova. Os resultados obtidos em corpos de prova úmidos

são em geral 15% maiores que os observados nos corpos de prova ensaiados na condição seca em função da incompressibilidade da água.

Erros de operação repetitivos como a utilização de equipamentos em condições inapropriadas, por exemplo, o uso de um relógio comparador em temperaturas altas, diferentes daquela temperatura de calibração, o mau posicionamento de um corpo de prova na máquina de ensaio poderá incorporar importantes distorções aos resultados.

Já para a o ensaio dinâmico pela velocidade de onda ultrassônica, a fontes de erros frequentes estão na preparação do substrato onde serão acoplados os transdutores, no alinhamento dos transdutores e na variação do acoplamento dos transdutores com o corpo de prova, BILESKY (2016), o que torna a exatidão do resultado dependente das condições do ensaio e do operador.

O método de determinação do módulo de elasticidade dinâmico pelas frequências naturais de vibração é o menos sensível e o que apresenta a maior reprodutibilidade, em torno de 1,5%, DIÓGENES et al (2011); BILESKY, et al (2017); HAACH, et al (2017), CARRAZEDO, et al (2018); THOMAZ (2020). No método das frequências naturais de vibração, a incerteza de medição é proveniente essencialmente das incertezas e desvios dimensionais e da pesagem. Ainda assim, é importante o posicionamento correto do corpo de prova nas linhas nodais e a posição da excitação e da captação da resposta acústica para a detecção da frequência de ressonância de interesse.

## 5 Estimativa do módulo de elasticidade estático a partir do dinâmico

Os principais modelos da literatura para a correlação entre o módulo de elasticidade estático e o dinâmico são baseados em ajustes de curva e restritos a intervalos de densidade e de resistência à compressão do concreto, MALHOTRA e SIVASUNDARAM (2004); BSI (1985); LYDON e BALENDRAN (1986), com exceção do modelo de Popovics que é uma derivação matemática que considera a influência da densidade aparente POPOVICS (1975). O modelo de Popovics apresenta desempenho ligeiramente inferior aos modelos fundamentados em ajuste de curva naquelas regiões para as quais estes modelos foram afinados, porém é mais versátil e aplicável também a argamassas e ao material dos agregados e elimina a polêmica normalmente associada aos ajustes de curva. No modelo de Popovics, o módulo tangente inicial ( $E_{ci}$ ), é estimado a partir do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{cd}$ ) e da densidade aparente ( $\rho$ ) empregando a equação (6):

$$E_{ci} = \frac{0,4275 E_{cd}^{1,4}}{\rho} \quad (6)$$

Em que:

$E_{ci}$  = Módulo de elasticidade tangente inicial (GPa);

$E_{cd}$  = Módulo de elasticidade dinâmico (GPa);

$\rho$  = Densidade aparente ( $\text{g/cm}^3$ ).



Na figura 2 é apresentado um ábaco para a aplicação do modelo de Popovics em concretos com densidade entre 2,2 e 2,8 g/cm<sup>3</sup> e  $E_{ci}$  entre 10 e 60 GPa. Nota: O modelo de Popovics não é restrito a estes intervalos.

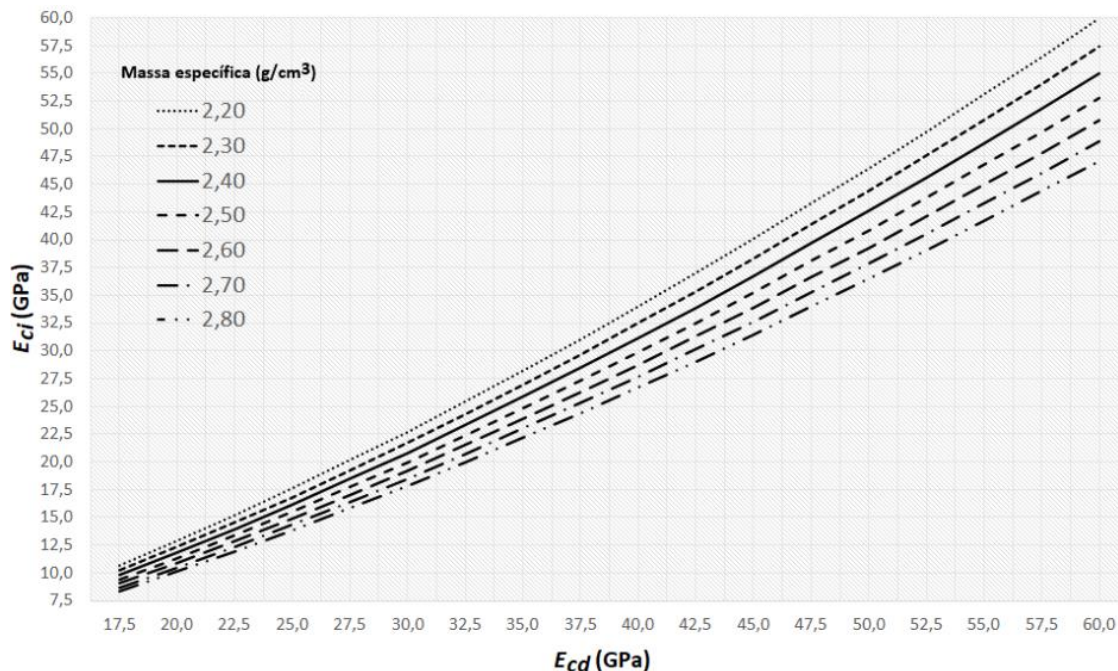


Figura 2 – Ábaco do modelo de Popovics para a estimativa do  $E_{ci}$  a partir do  $E_{cd}$  de concretos com densidade entre 2,2 e 2,8 g/cm<sup>3</sup> e  $E_{ci}$  entre 10 e 60 GPa.

## 6 O modelo de Popovics aplicado em concretos brasileiros

O modelo de Popovics (1975) foi aplicado em uma massa de dados de ensaios estáticos e dinâmicos realizados pelos seguintes laboratórios: ABCP LAB, LE-EESC, CARRAZEDO et al. (2018) e Gidrão (2015), PHD Engenharia/LMCC-IPT, BILESKY (2016), UEM, OLIVEIRA (2019), UNILA/LTCI-ITAIPU, THOMAZ (2020). No total, foram avaliados 312 corpos de prova de concretos com relação água/cimento variando entre 0,23 e 0,90, teor de argamassa entre 0,40 e 0,64, densidade entre 2,28 e 2,72 g/cm<sup>3</sup> e módulo de elasticidade estático entre 24 e 54 GPa. A Figura 3 apresenta o  $E_{ci}$  medido pelo método estático versus o  $E_{ci}$  estimado pelo modelo de Popovics.

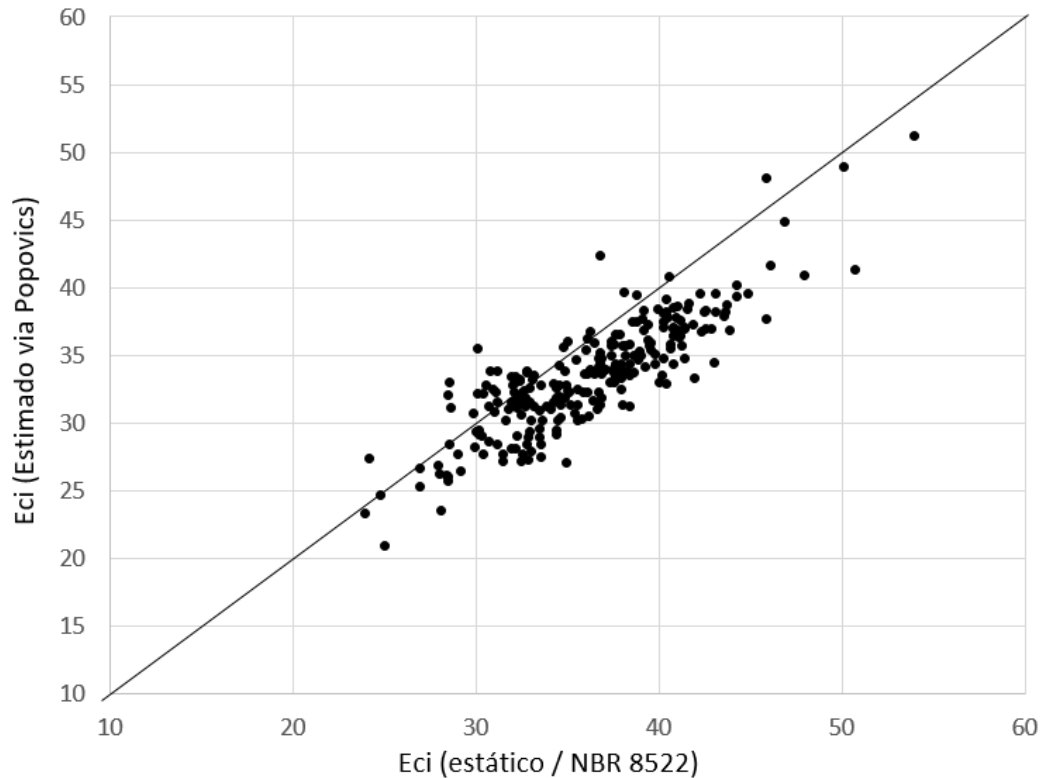


Figura 3 –  $E_{ci}$  medido pelo método estático versus  $E_{ci}$  estimado pelo modelo de Popovics.

Na média ponderada, a estimativa do  $E_{ci}$  pelo modelo de Popovics foi 6,7% menor do que os resultados obtidos pelo método estático NBR 8522 (2017), com um desvio padrão de 7,1%.

## 7 Desvio padrão dos Interlaboratoriais para o módulo estático

O INMETRO promove anualmente o Programa Interlaboratorial de Ensaio de Concreto que compreende os ensaios de resistência à compressão, resistência à tração por compressão diametral, módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ), massa específica, absorção e índice de vazios. O desvio padrão dos resultados desse programa, que são obtidos por vários laboratórios, permite avaliar a dispersão na medição da respectiva propriedade mecânica. Na Figura 4 é apresentada uma compilação do desvio padrão percentual do módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ) em função do módulo de elasticidade para os Interlaboratoriais que ocorreram no intervalo de 2006 a 2018, INTERLABORATORIAIS DO INMETRO (2006-2018).

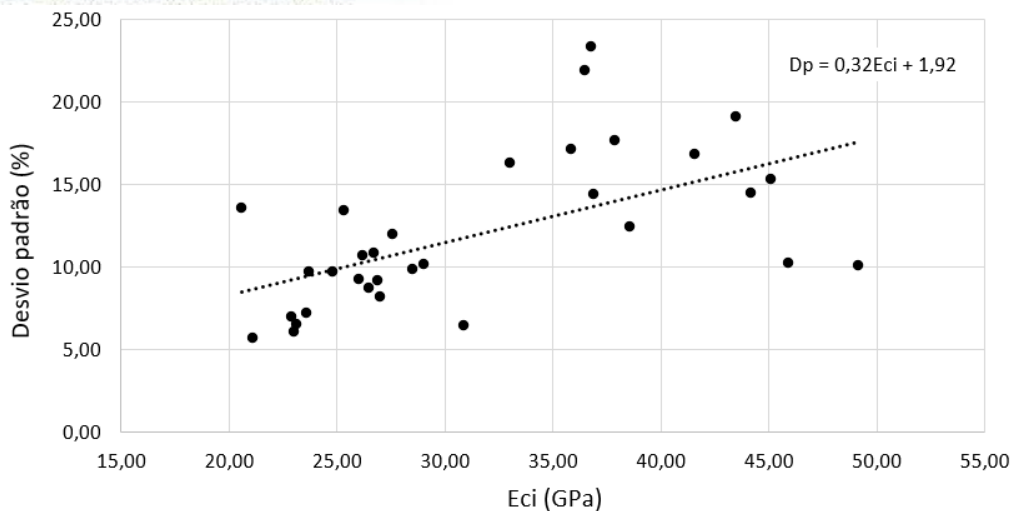


Figura 4 – Desvio padrão percentual em função do módulo de elasticidade ( $E_{ci}$ ) dos Interlaboratoriais do INMETRO realizados entre 2006 e 2018.

O desvio padrão percentual médio foi de 12% com uma correlação positiva com o módulo de elasticidade, pelo ajuste linear: 8,3% em 20 GPa, 18 em 50 GPa e 20% para 57 GPa. Quanto maior o módulo de elasticidade, maior o desvio padrão entre os laboratórios. Isso ocorre porque para módulos maiores as deformações são menores o que eleva o peso das incertezas e erros instrumentais.

De acordo com o ACI 318 (2019), a variação admissível para a medição do  $E_{ci}$  pelo método estático é de 20%. Considerando que a medição do  $E_{cd}$  pelo método dinâmico apresenta uma incerteza típica de 1,5%, BILESKY (2016), BILESKY et al (2017); CARRAZEDO, et al (2018); THOMAZ (2020), qualquer modelo que correlacione  $E_{ci}$  e  $E_{cd}$  com erro menor ou igual a 10,5% proporcionará resultados com dispersão dentro da média dos Interlaboratoriais do INMETRO e muito menor do que o máximo tolerado pelo ACI 318 (2019).

## 8 Discussões e conclusões

A aplicação do modelo de Popovics nos resultados disponíveis de concretos brasileiros indicou que a associação deste modelo com o método dinâmico é capaz de estimar o  $E_{ci}$  com erro médio de -6,7%, menor que o desvio padrão dos Interlaboratoriais do INMETRO (DP de 12%) e que o tolerável pelo ACI 318 (2019) (20%). Nas verificações de deformações excessivas, o erro de -6,7% pode ser considerado bem-vindo ao gerar uma margem de segurança. Por ser não-destrutiva e de baixo custo, a estimativa do módulo estático a partir do dinâmico pode ser uma rotina associada à medição da resistência à compressão, em vez de um ensaio realizado esporadicamente.

Conforme estudo de THOMAZ (2020) a determinação do módulo de elasticidade dinâmico é 10 vezes mais rápida que o estático (a medição do pesquisador considerou o tempo de preparo da amostra, instrumentação e obtenção do resultado de três corpos de prova).

O módulo de elasticidade estático ( $E_{ci}$ ) é uma propriedade fundamental para a especificação e o controle tecnológico do concreto, no entanto o método tradicional de



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

determinação de acordo com a ABNT NBR 8522 (2017) e outras normas internacionais, é limitado pela complexidade, custo e incerteza na obtenção dos resultados. No Brasil, na ausência de ensaios realizados conforme os procedimentos recomendados pela ABNT NBR 8522 (2017), o  $E_{ci}$  é estimado a partir da resistência à compressão conforme sugerido na ABNT NBR 6118 (2014) com incertezas ainda maiores.

O avanço representado pela adoção da metodologia sugerida, para determinação e estimativa do  $E_{ci}$ , ora submetida pela ABNT, como projeto de norma Projeto de Norma, PN 018:300.002-005 (2020), deve ser acolhida pela comunidade técnica, por representar uma opção prática e barata, não-destrutiva e com alta precisão e acurácia, podendo ser realizado no mesmo corpo de prova moldado para controle da resistência à compressão do concreto.

## 9 Agradecimentos

Agradecemos aos seguintes laboratórios e instituições pela disponibilização de dados experimentais: ABCP LAB, LE-EESC, LTCI-ITAIPU, PHD Engenharia, LMCC-IPT, UEM e UNILA.

## 10 Referências

ABNT NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ABNT NBR 8522 - Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão e Diagrama Tensão-Deformação - Método de Ensaio. Rio de Janeiro, 2017.

ABNT NBR 8802 - Concreto endurecido - Determinação da velocidade de propagação de onda ultrassônica. Rio de Janeiro, 2019.

ABNT NBR 15575-1 - Edificações habitacionais — Desempenho - Parte 1: Requisitos gerais. Rio de Janeiro, 2013. 71p.

ACI 318 - Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, ACI Committee 318, 2019.

ALMEIDA, S. F.; HANAI, J. B. Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 10, No. 44, 2008, pp. 49-66.

ARAÚJO, J. M. O módulo de deformação longitudinal do concreto. Rio Grande: Dunas, 2001. 25 p. (Estruturas de Concreto, Número 3).

ARAÚJO, S. S. Estudos experimentais sobre o módulo de elasticidade do concreto, Curitiba, Appris, 2014, 256p.



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

ASTM C215, Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens; designation: C215-14. ASTM International, 2014.

ASTM C469, Standard Test Method for Static Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio of Concrete in Compression: ASTM C469-14. ASTM International, 2014.

ASTM C597: Standard Test Method for Pulse Velocity Through Concrete. W. Conshohocken, PA: ASTM International, 2009. 4p.

ASTM E1876, Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration; designation: E1876-15. ASTM International, 2015.

BILESKY, Pedro Carlos. Contribuição aos Estudos do Módulo de Elasticidade do Concreto. 2016. 134 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Habitação, Coordenadoria de Ensino Tecnológico, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S. A., São Paulo, 2016. Cap. 5.

BILESKY, P., SANTOS, R., PACHECO, J., HELENE, P. Módulo de elasticidade estático versus módulo de elasticidade dinâmico. ANAIS DO 59º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - CBC2017 – 59CBC2017. ISSN 2175-8182. Outubro/novembro 2017. 13 p.

BORIN, L. A.; BAUER, R. J. F.; FIGUEIREDO, A. D. Risco de rejeição de concretos devido à não conformidade com os parâmetros normalizados para o módulo de elasticidade. Construindo, Belo Horizonte, v. 4, No. 2, 2012, pp. 79-89.

BSI (British Standards Institution). BS 8110-2: Structural use of concrete -part 2: code of practice for special circumstance. Londres. 1995.

CARRAZEDO, R., HAACH, V.G., MONFRINATO, E.F., PERISSIN, D.A.M., CHAIM, J.P. Mechanical Characterization of Concrete by Impact Acoustics Tests. J. Mater. Civ. Eng., 2018, 30(4): 05018001. DOI: 10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0002231.

DIÓGENES H.J.F., COSSOLINO L.C., PEREIRA A.H.A., EL DEBS M.K., EL DEBS A.L.H.C. Determination of modulus of elasticity of concrete from the acoustic response. Rev. IBRACON Estrut. Mater. 2011, vol.4, n.5, pp.803-813. ISSN 1983-4195. <http://dx.doi.org/10.1590/S1983-41952011000500007>

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EUROCODE 2: Design of Concrete Structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings. EN 1992-1-1. Brussels, Belgium, 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Ernst & Sohn, 2013, 434 p.



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

GIDRÃO, G. M. S. Propriedades dinâmicas do concreto e relações com sua microestrutura. Dissertação de Mestrado – SET / EESC / USP, São Carlos, 2015.

HAACH, V.G., CARRAZEDO, R., OLIVEIRA, L.M.F. Resonant acoustic evaluation of mechanical properties of masonry mortars. *Construction and Building Materials* 152 (2017) 494–505. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.07.032>.

HELENE, P. R. L. Estudo da variação do módulo de elasticidade do concreto com a composição e características do concreto fresco e endurecido. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Relatório Técnico nº 10.1222. Associação Brasileira de Portland. São Paulo. 1998.

INTERLABORATORIAIS INMETRO, Relatórios GST.E.094.2018-R0, GST.E.090.2017-R0, GST.E.124.2016-R0, GST.E.105.2015-R2, GST.E.098.2014-R0, ST.E.006.2014-R0, DCT.E.000.2013-R0, DCT.C.122.2011-R0, DCT.C.027.2011-R0, DCT.C.006.2011-R0, DCT.C.TC.016.2009-R0, DCT.C.TC.007.2008-R0 e DCT.C.01.035.2007-R0.

ISO EN 1920-10, Testing of concrete - Part 10: Determination of static modulus of elasticity in compression: ISO EN 1920-10:2010. International Organization for Standardization, 2010.

JACINTHO, A.E.G.A.; GIONGO, J.S. Deformações instantâneas de concreto. In: ISAIA, G.C. (Ed.). *Concreto: ensino, pesquisa e realizações*. São Paulo: IBRACON, 2005.

LYDON, F. D., AND BALENDRAN, R. V. (1986). "Some observations on elastic properties of plain concrete." *Cem. Concr. Res.*, 16(3), 314–324.

MALHOTRA, V. M.; SIVASUNDARAM, V. Resonant Frequency Methods. In: MALHOTRA, V. M.; CARINO, N. J. (Eds.). *Handbook on Nondestructive Testing of Concrete*. West Conshohocken: CRC Press LLC (ASTM International), 2004. p. 7-1 – 7-21.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. *Concreto: Microestrutura, Propriedades e Materiais*. 3 ed. São Paulo: IBRACON, 2014. 674 p.

MORREL, R. NPL Measurement Good Practice Guide - Elastic Modulus Measurement. UK National Physical Laboratory Report, n. 98, 2006. 100 p.

NETO, A. A. M.; HELENE, P. Módulo de elasticidade: dosagem e avaliação de modelos de previsão do módulo de elasticidade de concretos. In: *Congresso Brasileiro do Concreto, 44º, 2002, Belo Horizonte - MG, Anais, IBRACON*.

NEVILLE, A. M. *Properties of Concrete*. 5th ed. England: Pearson, 2011.



Anais do  
62º Congresso Brasileiro do Concreto  
CBC2020  
Setembro / 2020



@ 2020 - IBRACON - ISSN 2175-8182

OLIVEIRA, W. UTILIZAÇÃO DE AGREGADO GRAÚDO RECICLADO DE CONCRETO PARA PRODUÇÃO DE CONCRETOS ESTRUTURAIS: Análise de sua influência nas propriedades. Dissertação de Mestrado – PCV / DEC / UEM, Maringá, 2019.

PEREIRA, A.H.A., OTANI, L.B. Informativo técnico-científico ITC-07 - Determinação do módulo de elasticidade do concreto empregando a Técnica de Excitação por Impacto (Revisão 1.4). ATCP Engenharia Física, Divisão Sonelastic, 2017. DOI: 10.13140/RG.2.2.10513.33127.

PICKETT, G. Equations for Computing Elastic Constants from Flexional and Torsional Resonant Frequencies of Vibration of Prisms and Cylinders. Bulletin 7 – Research Laboratory of the Portland Cement Association; reprint from the Am. Soc. Test. Mater., v. 45, p. 846-865, 1945. Proceedings.

POPOVICS, S. “Verification of relationships between mechanical properties of concrete-like materials.” Matériaux et Construction, 8(3), 183-191 (1975).

POPOVICS, J. S. A Study of Static and Dynamic Modulus of Elasticity of Concrete. University of Illinois, Urbana, IL. ACI-CRC Final Report. 2008.

SHKOLNIK, I. E. Influence of high strain rates on stress–strain relationship, strength and elastic modulus of concrete. Cement & Concrete Composites, v. 30, 2008, pp. 1000-1012.

THOMAZ, W. A. Estudo comparativo do módulo de elasticidade estático e dinâmico de concretos contendo agregados basálticos. Dissertação de Mestrado - UNILA. Foz do Iguaçu, 2020.

PROJETO DE NORMA 018:300.002-005-2: Concreto endurecido - Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação. Parte 2: Módulo de elasticidade dinâmico pelo método das frequências naturais de vibração, ABNT/CB-018, CE-018:300.002, 09/2020.

VASCONCELOS, A. C.; GIAMMUSSO, S. E. **Empresa TQS - O misterioso módulo de elasticidade.** Fev. 2009.