



## Considerações sobre a incerteza de medição do módulo de elasticidade do concreto, determinado de acordo com a norma ABNT NBR 8522-1&2:2021

*Considerations on the measurement uncertainty of the elasticity modulus of concrete, determined in agreement to the ABNT NBR 8522-1&2:2021 standard.*

Henrique Alves (1); Pedro Bilesky (2); Paulo Helene (3); Alessandra Lorenzetti de Castro (4); Douglas Couto (5); Fabiola Rago Beltrame (6);

(1) Doutor, ATCP Engenharia Física; (2) Mestre em Habitação; (3) Prof. Titular EPUSP, PhD Engenharia; (4) Prof. Doutora do Dep. de Engenharia de Estruturas, EESC/USP, REALMIX; (5) Mestre UNICAMP, PhD Engenharia; (6) Prof. Pesquisadora da EE Mackenzie, Mestre em Engenharia;

### Resumo

A versão atualizada da ABNT NBR 8522 (2021) é apresentada em duas partes. A Parte 1 descreve o procedimento de determinação dos módulos de elasticidade e de deformação pelo método tradicional, estático, e, a Parte 2 dedica-se à apresentação do procedimento, não-destrutivo, de determinação do módulo dinâmico do concreto endurecido, pelo método das frequências naturais de vibração, metodologia já utilizada por alguns laboratórios nacionais e largamente utilizada nos EUA e na Europa. Ainda no Anexo normativo B, da Parte 1, encontra-se o modelo sugerido para estimativa do módulo de elasticidade  $E_{ci}$ , a partir do resultado obtido pelo método dinâmico,  $E_{cd}$ . Esta incorporação, assentada após a análise dos resultados de um largo programa experimental, realizado em laboratórios brasileiros, teve como objetivo principal a modernização do método, com a promoção de uma alternativa ao procedimento convencional, visando minimizar as controvérsias entre os usuários. Para auxiliar no entendimento da importância da utilização do método dinâmico, recém incorporado, elencam-se neste trabalho, algumas das dificuldades operacionais encontradas em cada um dos procedimentos. Estas dificuldades, geradoras de erros sistemáticos e aleatórios, são capazes de influenciar na confiabilidade dos resultados obtidos. Apresentam-se aqui formas de estimativa da incerteza de medição da grandeza, quando realizada de acordo com os procedimentos normativos, para as duas opções propostas pela norma, informação essa que usualmente não é declarada pelos laboratórios executantes dos ensaios, em seus relatórios. Apresentam-se ainda resultados dos programas interlaboratoriais do INMETRO, referentes aos anos de 2006 a 2018 realizados pelo método estático. Constatou-se que o resultado de módulo de elasticidade estático,  $E_{ci}$ , estimado a partir do resultado do ensaio dinâmico,  $E_{cd}$ , conforme procedimento e modelo ali propostos, pode ser tão confiável quanto a própria medição do  $E_{ci}$  pelo método estático.

*Palavra-Chave: Módulo de elasticidade, incerteza de medição, ABNT NBR 8522.*

### Abstract

The updated version of ABNT NBR 8522 (2021) standard is currently presented in two parts. Part 1 describes the procedure for determining the modulus of elasticity and deformation, by the traditional static method, and Part 2 is dedicated to presenting the non-destructive procedure for determining the dynamic modulus of hardened concrete, by the method of natural frequencies of vibration, a methodology already used by some national laboratories and widely used in the USA and Europe. Still in the normative Annex B, of Part 1, there is a suggested model for estimating the modulus of elasticity  $E_{ci}$ , from the one obtained by the dynamic method, the  $E_{cd}$ . This adoption, established after analyzing the results of a large experimental program, carried out in Brazilian laboratories, had as its main objective the modernization of the method, with the promotion of an alternative to the conventional procedure, aiming to minimize the controversies among users. To assist in understanding the importance of using the dynamic method, recently adopted, some of the operational difficulties found in each of the procedures are listed in this paper. These difficulties, which generate systematic and random errors, can influence the reliability of the results obtained. Estimative of the measurement uncertainty are presented, when carried out in accordance with the normative procedures, for the two options proposed by the standard, information that is usually not reported by the laboratories performing the tests. Results of the INMETRO interlaboratory programs are also presented, referring to the years 2006 to 2018 carried out by the static method. It was found that the result of the static modulus of elasticity,  $E_{ci}$ , estimated from the dynamic one,  $E_{cd}$ , according to the procedure and model proposed in the Brazilian standard, may be as reliable as the measurement of  $E_{ci}$ , by the static method.

*Keywords: Elastic modulus, measurement uncertainty, ABNT NBR 8522.*

## 1 Introdução

Incerteza é sinônimo de dúvida, e “incerteza de medição” significa a dúvida sobre o resultado de uma medição, INMETRO (2008); ALBERTAZZI & SOUSA (2008). Embora seja um conceito das ciências exatas e das engenharias, não há uma fórmula ou método de cálculo rígido para a sua estimativa. É por isso que se utiliza o termo "estimativa". A incerteza pode ser igual ao desvio-padrão dos resultados ou a um múltiplo desse valor, também pode ser igual a propagação dos erros das variáveis envolvidas e incluir um fator de abrangência, INMETRO (2005; 2008). Entretanto, seja qual for a abordagem para a estimativa da incerteza, esta deve caracterizar de forma realista a dispersão dos valores que podem ser atribuídos ao mensurando INMETRO (2008). Quanto maior for a incerteza, menor será a confiabilidade do resultado e vice-versa.

Nesse trabalho, a incerteza do método estático para determinação do módulo de elasticidade do concreto, foi estimada via desvio-padrão de uma massa de dados de ensaios interlaboratoriais do Inmetro, e a incerteza do método dinâmico, para determinação dessa propriedade, via propagação dos erros. O ideal seria que a incerteza dos dois métodos fosse estimada tanto via desvio-padrão quanto via propagação de erros, entretanto, o método dinâmico ainda não foi incluído no Programa Interlaboratorial de Ensaios de Concreto, e o método estático é complexo e possui muitas configurações possíveis para o aparato experimental.

A incerteza do módulo de elasticidade do concreto, obtido pelo método estático à compressão conforme ABNT NBR 8522-1(2021), usualmente não é declarada pelos laboratórios em seus relatórios de ensaios. Isso ocorre, em parte, por conta da complexidade do ensaio e também por causa do grande número de variáveis que afetam a incerteza relacionadas ao fator humano. Adicionalmente, a calibração da força imposta pela prensa ao corpo de prova e a medição da deformação resultante é custosa e demorada, e nem sempre realizada com a periodicidade ideal. Em casos como esse, a melhor alternativa para se estimar a incerteza é por meio do desvio padrão de resultados experimentais. Quando obtida dessa forma, a incerteza é denominada incerteza-padrão INMETRO (2008). No Brasil existe um Programa Interlaboratorial de Ensaios de Concreto, promovido pelo INMETRO/CT-01, que proporciona uma massa de dados expressiva para a avaliação da incerteza do módulo de elasticidade determinado pelo método estático. Como o concreto é diferente em cada edição do programa, com módulo de elasticidade na faixa de 20 a 50 GPa, a massa de dados produzida permite estimar o comportamento metrológico do ensaio estático com relação à incerteza e em função do módulo de elasticidade.

No caso do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{cd}$ ), obtido via frequências naturais de vibração do corpo de prova conforme ABNT NBR 8522-2 (2021), a estimativa da incerteza é muito menos dependente do fator humano, demanda de aparato experimental mais simples e pode ser realizada com segurança propagando-se a incerteza das variáveis envolvidas. Quando a incerteza é obtida por meio de outras grandezas é denominada incerteza-padrão combinada INMETRO (2008). O método dinâmico é pouco sensível a habilidade manual do operador na execução do ensaio e menos sensível do que o método estático à preparação do corpo de prova. Adicionalmente, a confiabilidade do modelo de POPOVICS (1975), para a estimativa do módulo de elasticidade estático ( $E_{ci}$ ) a partir do dinâmico ( $E_{cd}$ ) é bem conhecida e foi assentada após a análise dos resultados de um largo programa experimental, realizado em laboratórios brasileiros POSSAN *et al* (2020).

A estimativa da incerteza de medição quantifica a confiabilidade do resultado do ensaio de módulo de elasticidade, entretanto, é importante destacar que ela não substitui a análise



crítica pelo laboratorista. Este profissional deve estar sempre atento para inconsistências e para valores anormais ou absurdos.

## 2 Incerteza de medição

### 2.1 Conceitos básicos

Medição é o conjunto de operações que tem por objetivo determinar o valor de uma grandeza física específica, ou mesurando INMETRO (2005). Esse valor deve ser expresso como um múltiplo ou uma fração de uma unidade estabelecida por um padrão reconhecido internacionalmente ALBERTAZZI & SOUSA (2008). Em geral, o resultado de uma medição é somente uma aproximação ou estimativa do valor verdadeiro do mensurando e, assim, só é completo quando acompanhado pela declaração da incerteza INMETRO (2008). O resultado de uma medição é sempre uma faixa de valores dentro da qual deve estar o valor verdadeiro e é composto por duas parcelas: o resultado-base e a incerteza de medição. O resultado-base é a estimativa do valor do mensurando que, acredita-se, mais se aproxima do valor verdadeiro. A incerteza exprime a faixa de dúvida associada à medição ALBERTAZZI & SOUSA (2008). A confiabilidade de um procedimento de medição, com relação à garantia dos resultados obtidos, deve ser sempre avaliada através estimativa da incerteza de medição, que nada mais é do que o intervalo de resultados possíveis e razoáveis.

Entenda-se aqui que todo resultado determinado, mesmo que empregando métodos de ensaio consagrados e, por mais que bem executados, fatores estes que podem reduzir significativamente a incerteza de medição, nunca chegará a ser um único valor. O resultado de uma medição deve ser fornecido na íntegra, com sua incerteza associada, de acordo com o método de ensaio e procedimentos adotados e executados. Particularmente, o ensaio estático normatizado para a determinação do módulo de elasticidade do concreto, contempla várias etapas de preparação dos corpos de prova e aquisição de dados, nos seus procedimentos e operações, que têm uma grande influência na confiabilidade dos resultados. De acordo com VASCONCELOS & GIAMMUSO (2009), esta complexidade para execução dos ensaios estáticos pode ocasionar incertezas de até 25%. Já o ensaio dinâmico, não contempla etapas complexas de execução, fato esse que colabora para uma incerteza de medição muito menor BILESKY *et al* (2017), conforme discutido e detalhado nos próximos tópicos.

### 2.2 Incerteza-padrão

A incerteza-padrão é uma medida da intensidade da componente aleatória do erro de medição. Quando há series de medições disponíveis, a avaliação da incerteza-padrão pode ser pela análise estatística dos resultados. Quando realizada desta forma, a avaliação é denominada do “Tipo A” e corresponde ao desvio-padrão INMETRO (2008) e ALBERTAZZI & SOUSA (2008). O desvio-padrão de uma distribuição é uma medida do seu grau de dispersão. Uma estimativa do desvio-padrão é obtida pelo desvio-padrão experimental da amostra, calculado a partir de um número finito de medições, de acordo com a Equação 1, abaixo.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^j (I_i - \bar{I})^2}{j-1}} \quad (\text{Equação 1})$$

Sendo:



- $s$ : Desvio-padrão experimental da amostra;  
 $I_i$ :  $i$ -ésima medição;  
 $\bar{I}$ : Média das " $j$ " medições;  
 $j$ : Número de medições.

Para a comparação da confiabilidade de diferentes ensaios pode-se utilizar a incerteza-padrão relativa, calculada em termos percentuais a partir da incerteza-padrão, que é igual ao desvio padrão experimental, de acordo com a Equação 2, abaixo.

$$u_{\%} = 100 \left( \frac{s}{\bar{I}} \right) \quad (\text{Equação 2})$$

Sendo:

$u_{\%}$ : Incerteza-padrão relativa (%).

### 2.3 Incerteza-padrão combinada

A incerteza-padrão de um resultado de medição, obtida da combinação de resultados de outras medições não-correlacionadas, pode ser estimada a partir da combinação das incertezas das medições envolvidas. Neste caso, é denominada incerteza-padrão combinada. Quando a função matemática que descreve o mensurando pode ser colocada na forma da Equação 3, e os expoentes  $p_i$  dessa equação são números conhecidos positivos ou negativos com incertezas desprezíveis, a incerteza-padrão combinada pode ser expressa pela Equação 4.

$$Y (X_1, X_2, \dots, X_N) = c X_1^{p_1} X_2^{p_2} \dots X_N^{p_N} \quad (\text{Equação 3})$$

Sendo:

- $Y$  Mensurando;  
 $X_n$   $n$ -ésima variável envolvida;  
 $c$ : Constante;  
 $p_n$ :  $n$ -ésimo expoente relacionado à  $n$ -ésima variável;  
 $N$ : Número de variáveis.

$$u_c(y) = |y| \sqrt{\sum_{i=1}^N [p_i u(x_i)/x_i]^2} \quad (\text{Equação 4})$$

Sendo:

- $u_c$  Incerteza-padrão combinada da estimativa do mensurando;  
 $y$  Estimativa do mensurando;  
 $x_i$   $i$ -ésima medição envolvida.

Para a comparação da confiabilidade de diferentes ensaios pode-se utilizar a incerteza-padrão combinada relativa em termos percentuais, calculada a partir da incerteza-padrão combinada e do módulo da estimativa do mensurando, conforme Equação 5.

$$u_{c\%}(y) = 100 \left( \frac{u_c(y)}{|y|} \right) \quad (\text{Equação 5})$$

Sendo:

$u_{c\%}$ : Incerteza-padrão combinada relativa (%).

## 2.4 Incerteza expandida

A incerteza expandida é obtida multiplicando-se a incerteza-padrão combinada ( $u_c$ ) por um fator de abrangência  $k$ , Equação 6, INMETRO (2008).

$$U(y) = ku_c \quad (\text{Equação 6})$$

Sendo:

$U$ : Incerteza expandida.

Para a comparação da confiabilidade de diferentes ensaios pode-se utilizar a incerteza expandida relativa, calculada em termos percentuais a partir da incerteza combinada e do módulo do mensurando pela Equação 7.

$$U_{\%}(y) = 100 \left( \frac{U(y)}{|y|} \right) \quad (\text{Equação 7})$$

Sendo:

$U_{\%}$ : Incerteza expandida relativa (%).

A utilização da incerteza expandida e o ajuste do fator  $k$  visam estender a fração da distribuição de valores que podem ser atribuídos ao mensurando. O fator  $k$  não adiciona informação à incerteza, apenas a modifica em função da aplicação. Para uma distribuição normal e fator  $k$  igual a 2, é produzido um nível de confiança de aproximadamente 95%.

## 3 Componentes de incerteza do módulo de elasticidade

### 3.1 Determinação pelo método estático

Discute-se a seguir os componentes de incerteza de medição do módulo de elasticidade do concreto pelo método estático ( $E_{ci}$ ), de acordo com a ABNT NBR 8522-1(2021), e com a preparação do corpo de prova de acordo com a ABNT NBR 5738 (2015). Estes componentes estão diagramados na Figura 1. É importante salientar que as incertezas específicas de cada laboratório não foram levadas em consideração.

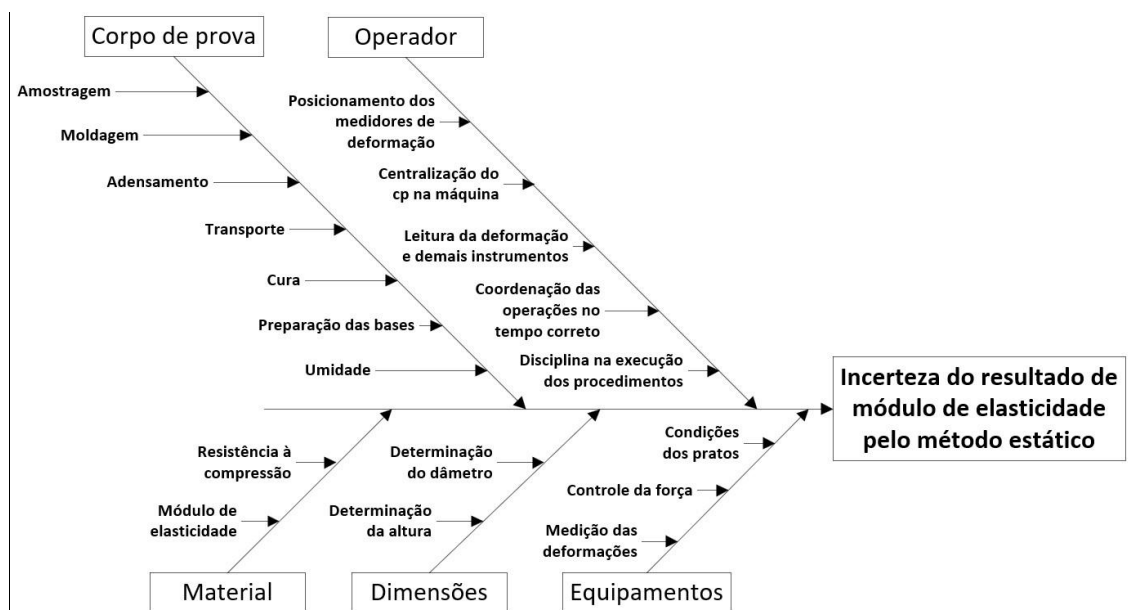


Figura 1 - Componentes de incerteza de medição do módulo de elasticidade do concreto pelo método estático ( $E_{ci}$ ) de acordo com a ABNT NBR 8522-1 (2021).



### 3.1.1 Material

A grandeza “módulo de elasticidade” não é um componente de incerteza no sentido restrito, visto ser bem definida, mas é determinante para a incerteza do resultado de módulo pelo método estático. Quanto maior o módulo de elasticidade do concreto, maior a incerteza do resultado pelo método estático. Ao se dobrar o módulo de elasticidade, o desvio padrão dos resultados em média também dobra, POSSAN *et al* (2020). Isso ocorre porque o aumento do módulo de elasticidade reduz a deformação do corpo de prova e exige a aplicação de forças elevadas. A redução da deformação aumenta a contribuição proporcional da incerteza dos medidores de deformação e forças elevadas aumentam a contribuição proporcional da incerteza causada pela distorção geométrica da máquina de ensaio. Por isso, a confiabilidade dos resultados de ensaios de módulo estático de concretos de alta resistência é menor do que de concretos de baixa resistência, POSSAN *et al* (2020).

O segundo componente da incerteza relacionado ao material é a resistência à compressão ( $f_c$ ), que determina a tensão maior ( $\sigma_b$ ) do ensaio estático. Como o concreto apresenta comportamento não-linear, variações na tensão maior afetam o resultado do módulo de elasticidade, sendo a correlação inversamente proporcional. O aumento equivocado da tensão maior move o resultado na direção do módulo secante ( $E_{cs}$ ), que é menor do que o módulo de elasticidade estático ( $E_{ci}$ ). Em função disso, a incerteza do resultado é reduzida quando a resistência à compressão do concreto é determinada, e não estimada, para a parametrização do ensaio estático. A determinação e comparação da resistência efetiva ( $f_{c,ef}$ ) com a resistência à compressão ( $f_c$ ), via carregamento do corpo de prova até a ruptura após a leitura das deformações no ensaio de módulo, também promove a redução da incerteza do resultado (a tolerância para a resistência efetiva ( $f_{c,ef}$ ) é de  $\pm 20\%$  da resistência à compressão ( $f_c$ ), ABNT (2021).

### 3.1.2 Corpo de prova

O corpo de prova é o principal elemento de qualquer ensaio e um componente de incerteza determinante para o módulo de elasticidade do concreto. A amostragem para a sua preparação deve seguir os procedimentos da ABNT NBR 16886 (2020), sendo o momento da coleta especialmente crítico. É indispensável que a coleta seja realizada após a adição e homogeneização de todos os componentes e da incorporação total da água de mistura. Se a amostragem for realizada antes da adição total da água de mistura, o fator água/cimento será diferente do concreto executado o que aumentará dramaticamente a incerteza do resultado. A informação que interessa ao contratante de ensaios de módulo de elasticidade não é o módulo do corpo de prova em si, mas sim o módulo do concreto que foi descarregado na obra que o corpo de prova deve representar.

Após a amostragem, o corpo de prova deve ser moldado seguindo os procedimentos da ABNT NBR 5738 (2015). Para os ensaios de módulo, o molde (forma) deve ser cilíndrico com uma proporção entre altura e diâmetro de 2:1. É crítico que a dimensão básica seja no mínimo quatro vezes maior que a dimensão máxima característica dos agregados, caso contrário, os efeitos de confinamento serão acentuados o que aumentará a incerteza do resultado do ensaio. A título de ilustração, pode-se imaginar as consequências de uma situação extrema onde a dimensão do maior agregado fosse similar à dimensão básica do corpo de prova neste caso haveria corpos de prova constituídos essencialmente do maior agregado e outros sem o maior agregado.

O adensamento do concreto no molde deve ser realizado em função do abatimento, podendo ser por vibração e/ou manual, ABNT (2015). É crítico que não ocorram vazios ocasionados pela haste de socamento ou pelo vibrador, e que não aconteça segregação

por excesso de vibração. A presença de vazios e a segregação elevam a incerteza do resultado.

Os moldes devem ser transportados para o local de cura inicial com cuidado e sem sofrer impactos, trepidações ou derramamentos. O local deve ser protegido de intempéries para minimizar a influência de variações climáticas na incerteza dos resultados. A cura inicial deve ser realizada com os moldes protegido das intempéries, pois a exposição direta ao sol e à chuva afeta as propriedades físico/mecânicas de forma diversa e imprevisível. Os corpos de prova devem ser desmoldados após 24h e armazenados em solução saturada de hidróxido de cálcio ou em câmara úmida até o momento do ensaio na idade especificada. Antes de ser ensaiado, é necessário que o corpo de prova tenha as bases preparadas para que sejam planas e paralelas. Essa preparação é crítica porque imperfeições nas bases e a falta de paralelismo afetam a distribuição de tensões durante a compressão e, conseqüentemente, a incerteza do resultado do ensaio. O procedimento usual de preparação é a retificação. Após a preparação, caso não seja imediatamente ensaiado, o corpo de prova deve ser retornado para a câmara úmida ou para a solução saturada de hidróxido de cálcio. A umidade afeta o resultado e a condição saturada é a mais prática de ser padronizada.

### 3.1.3 Dimensionamento

A tomada das dimensões do corpo de prova, é necessária para saber se estes estão de acordo com as limitações de altura/diâmetro, recomendadas pela ABNT NBR 8522-1(2021). Deve-se ainda, de acordo com a norma, determinar, em geratrizes opostas dos corpos de prova, a localização dos instrumentos de medição, bases de medida, que auxiliarão durante o ensaio, na aquisição das deformações diretas, a partir das quais serão calculadas as deformações específicas.

### 3.1.4 Equipamentos

Para o ensaio de módulo pelo método estático é necessária uma máquina capaz de aplicar uma força ou impor uma deformação controlada ao corpo de prova e adequada para medir a conseqüente deformação. Para a aplicação da força de compressão, as bases do corpo de prova são apoiadas nos pratos da máquina. Esses pratos devem ser planos, paralelos e estar em boas condições para que o acoplamento seja uniforme. Danos superficiais e outros problemas nos pratos podem comprometer a distribuição de tensão no corpo de prova e elevar a incerteza do resultado. Um modo de avaliar as condições dos pratos da máquina e da preparação das bases do corpo de prova é pela forma como ocorre a ruptura, sendo ideal que ocorra no formato de uma ampulheta. A ruptura cisalhada lateral também é aceitável. Rupturas colunares, de base ou de topo indicam que a aplicação da carga foi irregular, o que eleva drasticamente a incerteza do resultado RESENDE (2023).

Para a compressão do corpo de prova é necessário que a força aplicada seja controlável e bem conhecida, não importando se o acionamento é hidráulico, mecânico ou elétrico, ou se o controle é manual, semiautomático ou automático. Ser bem conhecida, também implica na realização de calibrações periódicas, as quais contribuem para reduzir a incerteza do resultado do ensaio.

A medição da deformação pode ser realizada com extensômetros elétricos, mecânicos, tipo LVDT ou *strain gages*, dentre outros. Independentemente do tipo, é necessário que esse dispositivo também seja calibrado periodicamente para que sua leitura seja confiável.

### 3.1.5 Operador

A execução do ensaio de módulo de elasticidade estático é complexa, envolve diversas etapas e depende da habilidade manual e procedimental do operador, sendo este um dos principais componentes de incerteza do ensaio.

O dispositivo de medição de deformação deve ser posicionado ou fixado, dependendo do tipo, no corpo de prova de forma que não haja rotação durante a aplicação da carga e que a medição da deformação seja perpendicular ao plano das bases. A incerteza do resultado do ensaio é proporcional à incerteza do alinhamento do sistema de medição da deformação. O corpo de prova deve ser centralizado pelo operador nos pratos da máquina de ensaio. A centralização deficiente pode comprometer a uniformidade da distribuição da tensão e da deformação do corpo de prova, aumentando a incerteza do resultado.

A leitura das deformações e dos demais instrumentos é especialmente crítica quando estes são relógios comparadores analógicos, por requererem acuidade visual e por conta do erro de paralaxe.

As operações durante a execução do ensaio devem ser coordenadas observando os intervalos de tempo e de espera, o que é crítico em máquinas manuais, que são as mais comuns nos laboratórios de ensaio brasileiros. O laboratorista deve se atentar ao tempo de espera especificado na norma e utilizar um cronômetro calibrado.

Na rotina do laboratório, pode ser um desafio para o laboratorista manter a disciplina na execução dos procedimentos do ensaio de módulo de elasticidade estático. Porém, se algum passo for omitido ou abreviado, isso elevará a incerteza de forma imprevisível, tornando o resultado menos confiável ou mesmo imprestável.

### 3.2 Determinado pelo método dinâmico

Discute-se a seguir os componentes de incerteza de medição do módulo de elasticidade do concreto pelo método dinâmico,  $E_{cd}$ , de acordo com a norma ABNT NBR 8522-2(2021), . Estes componentes estão diagramados na figura 2. A discussão é realizada em contraste aos componentes de incerteza de medição do método estático.

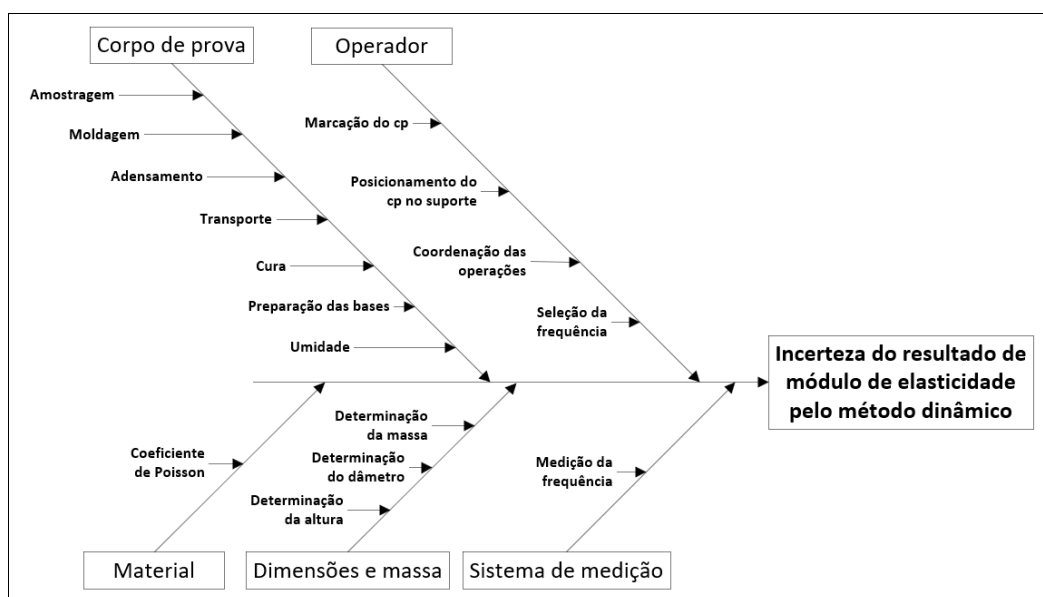


Figura 2 - Componentes de incerteza de medição do módulo de elasticidade do concreto pelo método dinâmico ( $E_{cd}$ ) de acordo com a norma ABNT NBR 8522 (2021) Parte 2 [5].





### 3.2.1 Material

A resistência à compressão e o módulo de elasticidade não influenciam a incerteza de medição do método dinâmico. Além da redução do número de componentes e da incerteza em si, outra consequência importante desse fato é a estabilidade da incerteza em função da classe do concreto (a incerteza não aumenta proporcionalmente ao módulo estático como ocorre no método estático). Porém, o coeficiente de Poisson influencia e normalmente não é conhecido com precisão. A ABNT NBR 8522-2 (2021), estabelece que os cálculos sejam realizados considerando o coeficiente de Poisson igual a 0,20 com a incerteza de  $\pm 0,03$ , cuja propagação implica em uma incerteza de aproximadamente  $\pm 0,4\%$  para o resultado de módulo de elasticidade pelo método dinâmico.

### 3.2.2 Corpo de prova

As fontes de incerteza relacionadas ao corpo de prova, com exceção do acabamento das bases, possuem o mesmo peso tanto para o método dinâmico quanto para o estático. A sensibilidade da incerteza de medição do módulo de elasticidade ao acabamento das bases é muito menor no método dinâmico, para o qual o acabamento e o paralelismo podem ser semelhantes ao das laterais do corpo de prova. A preparação ainda é necessária para diminuir a incerteza da altura, mas como o corpo de prova não é comprimido, imperfeições superficiais e a falta de paralelismo não comprometem o ensaio e nem causam o aumento acentuado da incerteza.

### 3.2.3 Dimensões e massa

A incerteza na determinação do diâmetro e da altura do corpo de prova tem pesos semelhantes para a incerteza dos resultados dos métodos estático e dinâmico. A diferença é que, para o método dinâmico, também é necessário determinar a massa. A ABNT NBR 8522-2 (2021), recomenda a utilização de uma balança com resolução de pelo menos 0,1 g devidamente calibrada. Uma balança capaz de pesar um corpo de prova típico de 100 x 200 mm e 4 kg com uma incerteza de 1g (0,025%), contribuirá para a incerteza de medição com esse mesmo percentual, que é desprezível frente aos demais.

### 3.2.4 Sistema de medição

O sistema de medição do método dinâmico consiste em um suporte de corpo de prova, um martelo de impacto, um captador acústico e uma unidade de processamento. O suporte deve ser ajustável e permitir que o corpo de prova vibre livremente no modo flexional. O martelo de impacto deve ser capaz de excitar a vibração flexional do corpo de prova sem causar danos ou gerar ruídos. A unidade de processamento deve ser capaz de analisar a resposta acústica do corpo de prova e determinar a frequência natural de vibração do modo flexional. A unidade de processamento também deve calcular o módulo de elasticidade considerando a massa e as dimensões, e de propagar as respectivas incertezas de medição.

O sistema de medição pelo método dinâmico é simples e contribui somente com um componente de incerteza significativo, a determinação da frequência a partir da análise da resposta acústica do corpo de prova. A incerteza máxima aceitável e especificada pela norma é de 0,1%, ABNT NBR 8522-2 (2021), percentual desprezível frente aos demais componentes de incerteza do método dinâmico e uma ordem de grandeza menor do que da máquina de ensaio típica do método estático. Ao se determinar o módulo de elasticidade



pelos frequências naturais de vibrações não é necessário controlar e medir forças e deformações, é necessário apenas determinar a frequência natural de vibração do corpo de prova. O desenvolvimento, nas últimas décadas, dos osciladores a quartzo miniaturizados e dos computadores pessoais possibilitou a determinação da frequência de sons e ultrassons com alta precisão e custo moderado, especialmente para a faixa de 0,1 a 100 kHz.

### 3.2.5 Operador

A execução do ensaio de módulo de elasticidade dinâmico é mais simples, mais rápida e menos dependente da habilidade manual e procedimental do operador do que a do ensaio estático. O ensaio dinâmico consiste essencialmente em pesar e medir as dimensões do corpo de prova, posicioná-lo sobre os fios do suporte, aplicar uma leve pancada manual e verificar a escolha da frequência pelo software. A parte mais demorada e difícil é medir as dimensões do corpo de prova, o que pode ser feito com um paquímetro digital. Como o ensaio é não-destrutivo e leva poucos minutos, THOMAZ (2020), é possível repeti-lo várias vezes no mesmo corpo de prova para a confirmação do resultado.

O corpo de prova deve ser apoiado nas linhas nodais do modo de vibração flexional fundamental para que vibre livremente nesse modo e para que a frequência correspondente se destaque das demais. Entretanto, esse posicionamento não é crítico e a tolerância aceita pela norma é de  $\pm 1\%$  da altura, ABNT (2021), o que é igual a  $\pm 2$  mm para corpos de prova típicos de 100 x 200 mm. Caso seja apoiado fora posição ideal, ocorrerá uma redução na amplitude da frequência flexional o que pode inviabilizar a seleção automática pelo software. Ainda assim, é possível selecionar a frequência correta manualmente.

Após apoiado, o operador deve aplicar uma pancada leve no corpo de prova com o martelo de impacto. Para concretos que não tenham sofrido dano por choque térmico ou por congelamento, a influência da intensidade da pancada no resultado é desprezível.

Depois da excitação e aquisição da resposta acústica do corpo prova, o respectivo sinal é processado para a detecção e seleção da frequência flexional e o cálculo do módulo de elasticidade, levando em consideração a massa e as dimensões do corpo de prova conforme equação disponibilizada na ABNT NBR 8522-2 (2021). Apesar de simples, esse momento é crítico porque se for selecionada uma frequência errada, será obtido um resultado sem significado.

### 3.2.6 Estimativa do $E_{ci}$ a partir do $E_{cd}$

Além do modelo de POPOVICS (1975), os outros dois componentes de incerteza da estimativa do  $E_{ci}$  a partir do  $E_{cd}$  são a densidade aparente do concreto e o módulo de elasticidade dinâmico  $E_{cd}$ , como ilustrado na Figura 3.

Devido ao comportamento viscoelástico e não-linear do concreto, o módulo de elasticidade determinado pelo método dinâmico,  $E_{cd}$ , não coincide com o módulo de elasticidade determinado pelo método estático,  $E_{ci}$ , sendo o  $E_{cd}$  sempre maior ou igual ao  $E_{ci}$ . No entanto, a correlação entre o  $E_{ci}$  e o  $E_{cd}$  é estabelecida e apresentada no Anexo Normativo B da ABNT NBR 8522-1 (2021), sendo a estimada pelo modelo de POPOVICS (1975). Após extensos programas experimentais, o modelo de POPOVICS (1975), aplicado em concretos brasileiros apresentou, em média, um erro sistemático de - 6,7 % e um desvio padrão de 7,1%, que combinados implicam em uma incerteza de 13,7 % [6].

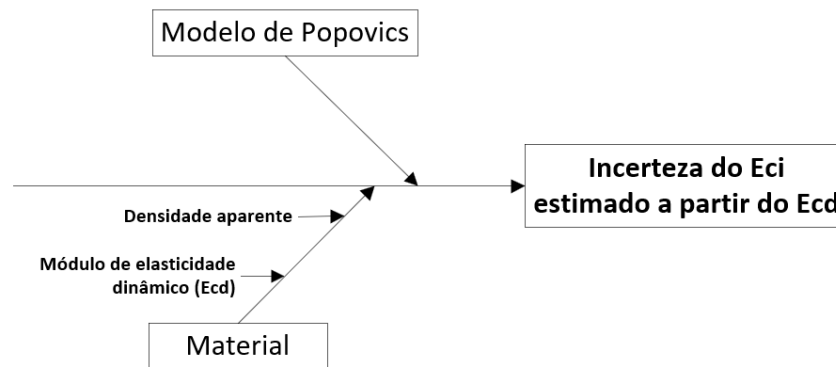


Figura 3 - Componentes de incerteza da estimativa do  $E_{ci}$  a partir do  $E_{cd}$  empregando o modelo de Popovics.

Como a incerteza típica do método dinâmico é muito menor que a do método estático, o percentual de incerteza atribuído ao modelo de POPOVICS (1975), reflete em grande parte a incerteza do próprio método estático. Entretanto, como a comparação é com o método estático e o mensurando não é exatamente conhecido, não é possível separar a componente de incerteza somente do modelo de POPOVICS (1975).

## 4 Estimativa da incerteza da medição do módulo de elasticidade

### 4.1 Método estático

A incerteza-padrão do módulo de elasticidade do concreto, obtido pelo método estático à compressão conforme ABNT NBR 8522-2 (2021), foi estimada considerando o desvio padrão experimental dos resultados obtidos entre os anos de 2006 e 2018 do Programa Interlaboratorial de Ensaios em Concreto, promovido pelo Inmetro/CT-01, (FURNAS, 2006 a 2018). No período mencionado, esse programa foi de responsabilidade do Laboratório de Concreto de FURNAS Centrais Elétricas S.A. e estabelecido entre aproximadamente 50 laboratórios participantes da Rede Brasileira de Laboratórios de Ensaio (RBLE). Em cada edição anual do programa foram empregadas duas composições distintas, denominadas “Amostra A” e “Amostra B”. Corpos de prova cilíndricos, de uma única betonada de cada composição, foram preparados em número suficiente para todos os laboratórios participantes realizarem o ensaio de módulo de elasticidade estático, sendo que cada laboratório participante recebeu dois corpos de prova de cada uma das composições para o ensaio. Na Figura 4 é apresentada uma compilação do desvio padrão percentual dos resultados do módulo de elasticidade pelo método estático ( $E_{ci}$ ) em função do módulo de elasticidade médio entre os laboratórios. O desvio padrão foi calculado empregando a equação 1. Cada ponto corresponde ao desvio padrão relativo do módulo de umas das duas composições (A ou B) e de um dos anos do programa.

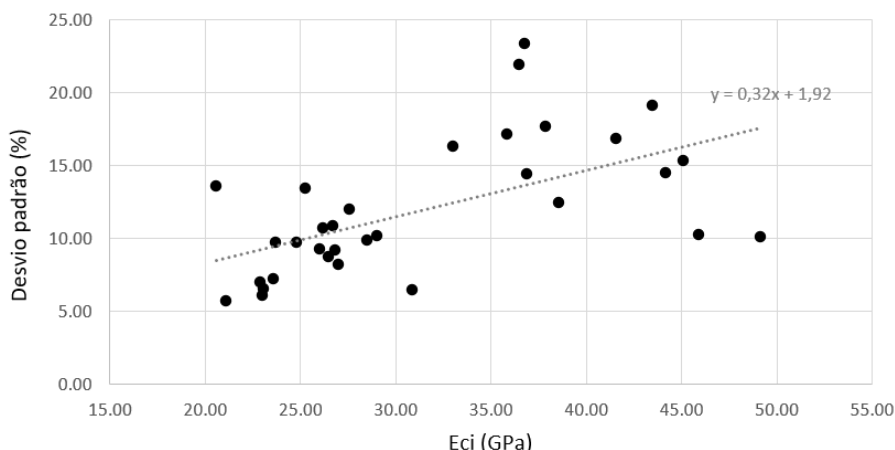


Figura 4 - Desvio padrão percentual em função do módulo de elasticidade médio determinado pelo método estático ( $E_{ci}$ ) dos resultados de 2006 a 2018 do Programa Interlaboratorial do Inmetro.

Como as composições foram diferentes em cada edição do programa ao longo dos 13 anos analisados, foi abrangida uma faixa de módulo de elasticidade aproximadamente de 20 a 50 GPa. O desvio padrão percentual médio geral foi de 12 %. Na figura 4 também é apresentada uma curva de tendência (em cinza) que corresponde ao ajuste linear do desvio padrão percentual em função do  $E_{ci}$  médio. Sendo a incerteza-padrão igual ao desvio padrão e considerando que o ajuste linear da Figura 4 permite estimar o comportamento metrológico do ensaio estático, pode-se estabelecer a Equação 8 abaixo para a estimativa da incerteza-padrão de medição do módulo de elasticidade estático pelos laboratórios brasileiros participantes da RBLE.

$$U_{\%}(\%) = [0,32 E_{ci}(GPa) + 1,92 GPa] \left( \frac{\%}{GPa} \right) \quad (\text{Equação 8})$$

A figura 5 apresenta o gráfico da equação 8, extrapolada para a faixa de módulo de 17,5 a 60,0 GPa. Esse gráfico pode ser utilizado pelos laboratórios de ensaio como um ábaco para uma estimativa da incerteza-padrão de medição do módulo de elasticidade pelo método estático conforme ABNT NBR 8522-1 (2021).

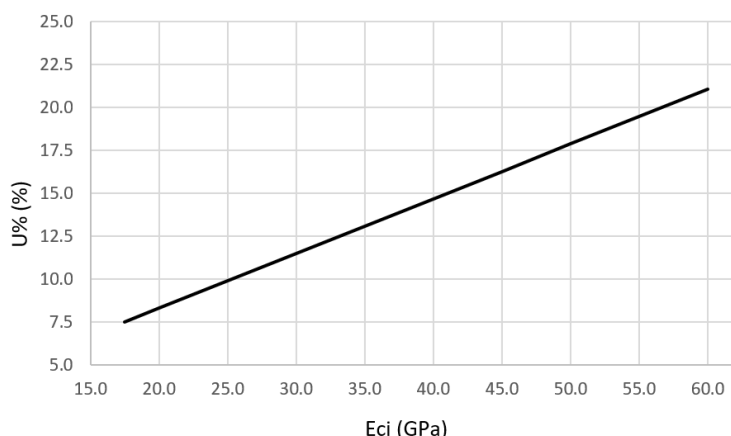


Figura 5 - Estimativa da incerteza-padrão do módulo de elasticidade obtido pelo método estático para a faixa de 17,5 a 60,0 GPa.

É importante ressaltar que o formato do programa interlaboratorial do Inmetro reduz o peso dos componentes de incerteza relacionados à preparação do corpo de prova (vide figura

1), e que os ensaios do programa são realizados com especial esmero pelos laboratórios participantes (resultados fora da elipse de segurança podem comprometer a acreditação do laboratório para a realização do ensaio de módulo, FURNAS (2006 a 2018)). Em função dessas ressalvas, pode-se dizer que a estimativa da incerteza-padrão de ensaios estáticos corriqueiros pela equação 8 ou pela figura 5 será provavelmente otimista.

## 4.2 Pelo método dinâmico

A seguir é desenvolvida uma equação para a estimativa da incerteza-padrão combinada do módulo de elasticidade do concreto, obtido pelo método dinâmico à compressão conforme ABNT NBR 8522-2 (2021), por meio da propagação da incerteza das medições e estimativas envolvidas. As componentes de incerteza relacionadas ao operador não foram incorporadas por serem desprezíveis, conforme discutido no tópico 3.2.5. As componentes de incerteza relacionadas à preparação do corpo de prova também não foram incorporadas por serem de difícil quantificação e pelo fato de o método dinâmico ser pouco sensível ao acabamento das bases, conforme discutido no tópico 3.2.2. Seria possível estimar a componente de incerteza relacionada exclusivamente à preparação dos corpos de prova pelo desvio padrão de resultados, de forma similar à do método estático. Para tanto, é necessário que o ensaio do módulo dinâmico seja incluído nas próximas edições do Programa Interlaboratorial de Ensaio em Concreto do Inmetro/CT-01.

O módulo de elasticidade dinâmico do concreto  $E_{cd}$  é calculado pela equação 9, estabelecida pela ABNT NBR 8522-2 (2021), em função da massa, altura, diâmetro e da frequência natural de vibração modo de vibração flexional fundamental. Também está envolvido o fator de correção geométrica  $T$  que depende da razão de aspecto do corpo de prova, conforme tabela 1 e do coeficiente de Poisson do concreto, ABNT NBR 8522-2 (2021). No caso do coeficiente de Poisson, a dependência é marginal e a norma estabelece que seja considerado o valor de 0,20 com a incerteza de  $\pm 0,03$ , ABNT NBR 8522-2 (2021).

$$E_{cd} = 1,6067 \frac{h^3 \times m \times f_f^2}{d^4} \times T \times 10^{-9} \quad (\text{Equação 9})$$

Sendo:

- $h$ : Altura do corpo de prova (mm);
- $m$ : Massa do corpo de prova (g);
- $f_f$ : Frequência natural de vibração do modo flexional do corpo de prova (Hz);
- $d$ : Diâmetro do corpo de prova (mm);
- $T$ : Fator de correção geométrica dado pela tabela 1 (adimensional).

Tabela 1 - Fator de correção  $T$  em função de  $h/d$  para o coeficiente de Poisson igual a 0,20.

$h/d$ :	1,94	1,95	1,96	1,97	1,98	1,99	2,00	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05	2,06
$T$	2,183	2,172	2,161	2,150	2,140	2,129	2,119	2,109	2,099	2,089	2,079	2,069	2,060

Como a Equação 9 pode ser colocada no formato da equação 3, pode-se obter a Equação 10 abaixo para a incerteza-padrão combinada expandida a partir das equações 4, 5 e 6 considerando que as variáveis não são correlacionadas e que seguem uma distribuição de probabilidade retangular, LORD & MORRELL (2012). A distribuição retangular é normalmente escolhida quando se tem pouca informação sobre a distribuição da grandeza de entrada, INMETRO (2008). O fator de abrangência ( $k$ ) utilizado foi igual a 2 para o nível de confiança de 95%.

$$U(E_{cd}) = E_{cd} \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(3 \frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{u(f_f)}{f_f}\right)^2 + \left(4 \frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(T)}{T}\right)^2} \quad (\text{Equação 10})$$

Sendo:

- $U(E_{cd})$ : Incerteza-padrão combinada expandida (GPa);  
 $u(h)$ : Incerteza da altura do corpo de prova (mm);  
 $u(m)$ : Incerteza da massa do corpo de prova (g);  
 $u(f_f)$ : Incerteza da frequência natural de vibração do modo flexional (Hz);  
 $u(d)$ : Incerteza do diâmetro do corpo de prova;  
 $u(T)$ : Incerteza do fator de correção geométrico  $T$  (adimensional).

As incertezas das dimensões podem ser obtidas pela média geométrica do desvio padrão de medições em diferentes pontos do corpo de prova com a precisão do instrumento de medição. A incerteza da massa pode ser obtida do certificado de calibração da balança. A incerteza da frequência pode ser obtida do certificado de calibração ou do manual do sistema de medição.

Para a obtenção da equação da incerteza-padrão combinada, expandida e relativa (equação 11), a equação 10 foi substituída na equação 7 reescrevendo o termo do fator geométrico  $T$  somente em função do coeficiente de Poisson ASTM E 1876 (2022) e ATPC (2022). O fator “1/40” reflete a sensibilidade do fator de correção  $T$  a variações do coeficiente de Poisson.

$$U_{\%}(E_{cd}) = \frac{200}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(3 \frac{u(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{u(m)}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{u(f_f)}{f_f}\right)^2 + \left(4 \frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{1}{40} \frac{u(\mu)}{\mu}\right)^2} \quad (\text{Equação 11})$$

Sendo:

- $U_{\%}(E_{cd})$ : Incerteza-padrão combinada, expandida e relativa  $E_{cd}$  (%);  
 $\mu$ : Coeficiente de Poisson (adimensional);  
 $u(\mu)$ : Incerteza do coeficiente de Poisson (adimensional).

Na Tabela 2 é apresentado um exemplo de cálculo de um ensaio típico de módulo de elasticidade pelo método dinâmico aplicando a equação 10. Note que o resultado tem uma incerteza de somente 1,9 %. A repetitividade do ensaio deve concordar com a incerteza da medição da frequência (0,1 %), ou seja, deve proporcionar praticamente o mesmo resultando ao longo de múltiplas repetições do ensaio que é não-destrutivo. A coluna “sensibilidade” indica a proporção aproximada entre a incerteza da grandeza de entrega e a respectiva incerteza propagada para o resultado da medição e é igual ao fator multiplicativo das frações sob o radical da Equação 11.

Tabela 2 - Exemplo de cálculo das incertezas de um ensaio de módulo dinâmico típico.

Parâmetro	Valor	Incerteza	Incerteza%	Sensibilidade
$m$	3750,70 g	1,0 g	0,03 %	1
$h$	201,79 mm	0,20 mm	0,10 %	3
$d$	99,73 mm	0,40 mm	0,40 %	4
$f_f$	6161 Hz	6 Hz	0,10 %	2
$\mu$	0,20 (ad.)	0,03 (ad.)	0,15%	1/40
$E_{cd}$	<b>39,81 GPa</b>	<b>0,76 GPa</b>	<b>1,91 %</b>	-



### 4.3 Aplicação do modelo de Popovics

Para a estimativa da incerteza-padrão expandida e relativa do módulo elasticidade estático estimado,  $E_{ci\ estimado}$ , a partir do módulo dinâmico,  $E_{cd}$  e empregando o modelo de POPOVICS (1975), é necessário compor a incerteza do  $E_{cd}$  com a incerteza da estimativa via média geométrica pela Equação 12.

$$U_{\%E_{ci\_Estimado}} = \sqrt{(U_{\%E_{cd}})^2 + (U_{\%Popovics})^2} \quad (\text{Equação 12})$$

Sendo:

$U_{\%E_{ci\_Estimado}}$ :	Incerteza expandida relativa do $E_{ci-Estimado}$ (%);
$U_{\%E_{cd}}$ :	Incerteza expandida relativa e percentual do $E_{cd}$ (%);
$U_{\%Popovics}$ :	Incerteza do modelo de Popovics (%).

Para o  $E_{ci}$  estimado a partir do  $E_{cd}$  da tabela 2 e considerando a incerteza do modelo igual a 13,7 % (vide tópico 3.3), a incerteza ( $U_{\%E_{ci\_Estimado}}$ ) será igual a 13,8 % (a título de informação, o  $E_{ci\ estimado}$  é de 31,2 GPa. Para comparação, pela equação 8 e pelo ábaco da figura 5, a medição de módulo de elasticidade de um concreto com  $E_{ci}$  igual a 31,2 GPa tem uma incerteza estimada de 11,9 %. O Software Sonelastic, normalmente empregado nos ensaios de módulo dinâmico, realiza os cálculos das Equações 10 e 11 para a propagação de incerteza automaticamente, porém apresenta os resultados somente em GPa, e não em percentual.

## 5 Discussões e conclusões

Atualmente o padrão no controle tecnológico do concreto, no que diz respeito a módulo de elasticidade, é a medição pelo método estático ou a estimativa do  $E_{ci}$  a partir do módulo dinâmico ( $E_{cd}$ ), conforme ABNT NBR 8522-1&2 (2021). É intuitivo que a referência seja o módulo de elasticidade pelo método estático, visto a similaridade com a condição de uso do material e a aplicação direta desta informação nos cálculos estruturais. Porém, a alteração do referencial para o módulo dinâmico proporcionaria uma redução expressiva da incerteza, facilitando a comparação entre resultados e destes com especificações técnicas. Neste caso, o projetista poderia estimar o módulo de elasticidade dinâmico,  $E_{cd}$ , empregando o modelo de POPOVICS (1975), e utilizá-lo na especificação do concreto no lugar do  $E_{ci}$ . Da forma atual, o projetista especifica o módulo de elasticidade pelo método estático e, quando esse é estimado a partir do dinâmico, perde-se uma contribuição em potencial desse método alternativo que é a redução da incerteza do resultado. Ao final, a informação obtida é a mesma, uma vez que  $E_{ci}$  e  $E_{cd}$  são intercambiáveis, mas quando solicitado diretamente o  $E_{cd}$ , o serviço dos laboratórios se torna mais fácil, menos custoso e, o mais importante, mais confiável e comparável.

Independentemente se a grandeza especificada é o módulo de elasticidade estático ou o dinâmico, é preciso estimar e reportar a incerteza dos resultados. Essa é uma mudança há muito tempo necessária para o avanço do controle tecnológico do concreto e dos laboratórios de ensaio. A estimativa da incerteza dos resultados torna possível comparar resultados e confrontá-los com especificações tendo confiabilidade nos dados obtidos. Por exemplo, um  $E_{ci}$  obtido pelo método estático igual a  $32,5 \pm 4,0$  GPa e um  $E_{ci\ estimado}$ , a partir do módulo dinâmico, igual a  $30,0 \pm 4,4$  GPa são equivalentes. É importante mencionar que, quanto maior a superposição da faixa de valores possíveis, maior a probabilidade dos



mensurandos serem iguais. Por outro lado, quando maior a incerteza, menor a confiabilidade do resultado.

## 6 Referências

INMETRO Avaliação de dados de medição - Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM 2008.

ALBERTAZZI, A., SOUSA A. R. Fundamentos de Metrologia Científica e Industrial. Barueri, SP. Manole, 2008. Primeira edição.

INMETRO Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia – VIM. Portaria Inmetro 029 de 1995. 4° edição, 2005.

ABNT NBR 8522-1:2021 Concreto endurecido - Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação - Parte 1: Módulos estáticos à compressão. ABNT 2021.

ABNT NBR 8522-2:2021 Concreto endurecido - Determinação dos módulos de elasticidade e de deformação - Parte 2: Módulo de elasticidade dinâmico pelo método das frequências naturais de vibração. ABNT 2021.

POSSAN, E. *et al* Módulo de elasticidade dinâmico do concreto: por que utilizar. ANAIS DO 62º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - CBC2020 – 62CBC2020. ISSN 2175-8182. Setembro 2020. 15 p.

VASCONCELOS, A. C. & GIAMMUSSO, S. E. Empresa TQS O misterioso módulo de elasticidade. Fev. 2009.

BILESKY, P. Módulo de elasticidade estático versus módulo de elasticidade dinâmico. ANAIS DO 59º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO - CBC2017 – 59CBC2017. ISSN 2175-8182. Outubro / novembro 2017. 13 p.

LORD, J. D., MORRELL, R. A national measurement good practice guide. No. 98. Elastic Modulus Measurement. National Physical Laboratory (NPL), 2006.

ABNT NBR 5738:2015, versão corrigida: 2016. Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. ABNT 2016.

ABNT NBR 16886:2020 Concreto - Amostragem de concreto fresco. ABNT 2020.

[12] RESENDE, C. A forma de rompimento do CP é importante? 31 de dezembro de 2016. Site Clube do Concreto (<http://www.clubedoconcreto.com.br/>) acessado em 13/04/2023.

THOMAZ, W. A. Contribuição ao estudo do módulo de elasticidade estático e dinâmico de concretos contendo agregados basálticos: análise experimental e proposta de modelo de correlação. Dissertação de Mestrado - UNILA. Foz do Iguaçu, 2020.

POPOVICS, S. "Verification of relationships between mechanical properties of concrete-like materials." *Matériaux et Construction*, 8(3), 183-191 (1975).

INTERLABORATORIAIS INMETRO, Relatórios: GST.E.094.2018-R0, GST.E.090.2017-R0, GST.E.124.2016-R0, GST.E.105.2015-R2, GST.E.098.2014-R0, ST.E.006.2014-R0, DCT.E.000.2013-R0, DCT.C.122.2011-R0, DCT.C.027.2011-R0, DCT.C.006.2011-R0, DCT.C.TC.016.2009-R0, DCT.C.TC.007.2008-R0 e DCT.C.01.035.2007-R0.

ASTM E1876-22 Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration. ASTM International, 2022.

ATCP, Manual de instalação e operação Software Sonelastic® 6.0, Divisão Sonelastic®, 2022.